

УДК 332.05

ББК 65.09

© Пиньковецкая Ю.С.

## МОДЕЛИРОВАНИЕ ПОКАЗАТЕЛЕЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ МАЛОГО И СРЕДНЕГО ПРЕДПРИНИМАТЕЛЬСТВА В РЕГИОНАХ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ФУНКЦИИ ПЛОТНОСТИ НОРМАЛЬНОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ



ПИНЬКОВЕЦКАЯ ЮЛИЯ СЕМЕНОВНА

кандидат экономических наук, доцент кафедры экономического анализа  
и государственного управления

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего профессионального образования Ульяновский государственный университет

E-mail: judy54@yandex.ru

*Рассмотрена гипотеза о целесообразности использования функций плотности нормального распределения для моделирования распределения значений показателей, характеризующих совокупности субъектов малого и среднего предпринимательства. Приведен методический подход и основные этапы формирования информационной базы, аппроксимации эмпирических данных и построения соответствующих гистограмм. Представлены методы и инструменты оценки параметров указанных функций, требования, предъявляемые к исходным данным. Приведены оценки параметров функций плотности нормального распределения, описывающих такие показатели, как средняя численность работников, оборот на одно предприятие или предпринимателя и оборот на одного работника малых и средних предприятий, индивидуальных предпринимателей на основе официальных статистических данных по субъектам Российской Федерации за 2013 год. Показана целесообразность комплексной оценки качества функций с использованием трех критериев согласия: Пирсона, Колмогорова-Смирнова, Шапиро-Вилка. Приведены примеры оценки параметров ряда функций, которые подтвердили выдвинутую в процессе исследования гипотезу. Даны рекомендации по анализу полученных функций с целью установления закономерностей деятельности малых и средних предприятий, индивидуальных предпринимателей в субъектах страны, а также сложившейся дифференциации их показателей. Рекомендуется рассматривать три интервала изменения значений показателей, соответствующие половине, большинству и абсолютному большинству регионов России. В статье приведены предложения по использованию функций плотности нормального распределения для мониторинга развития предпринимательства и обоснования государственного регулирования и поддержки этой деятельности.*

*Малое и среднее предпринимательство, нормальное распределение, критерии согласия, регионы, показатели, методология.*

Современное малое и среднее предпринимательство в Российской Федерации является одним из наиболее крупных секторов как национальной, так и региональных экономик. Предпринимательство является сложной системой, включающей большое количество самостоятельных хозяйствующих субъектов (акторов). Каждый из них сам определяет свои цели и задачи, исходя из конкретной ситуации, и является активным участником социально-экономических процессов. Развитие предпринимательства и повышение его эффективности требует решения проблемы анализа достигнутого малым и средним предпринимательством уровня. Этот анализ должен основываться на достоверной и полной информации о деятельности акторов. Актуальными поэтому в настоящее время являются следующие проблемы: оценки состояния национального и региональных секторов малого и среднего предпринимательства, установления закономерностей и тенденций развития современного предпринимательства, институционального обеспечения, обоснования путей повышения эффективности его регулирования и совершенствования форм, методов и инструментов государственного регулирования и поддержки.

Федеральным законом «О развитии малого и среднего предпринимательства в Российской Федерации» от 24.07.07 № 209-ФЗ [9] определены критерии отнесения к субъектам малого и среднего предпринимательства. Основным критерием является численность работников, которая для малого предприятия не должна превышать 100 человек, а для среднего предприятия находится в диапазоне от 101 до 250 человек. К малому и среднему предпринимательству относятся также индивидуальные предприниматели. Далее в статье в соответствии с более ранней работой автора [12] указан-

ные три типа субъектов малого и среднего предпринимательства будут называться кратко МСИП или предпринимательскими структурами.

Совокупности МСИП, сформированные по территориальному признаку, включают значительное количество предпринимательских структур. Это, а также наличие разнообразных факторов, оказывающих влияние на показатели деятельности совокупностей МСИП, позволяют предположить вероятностный (стохастический) характер формирования значений показателей, описывающих совокупности МСИП.

Показатели формируются под влиянием двух видов факторов, первый из которых определяет схожесть значений показателей по региональным совокупностям МСИП, а второй их дифференциацию [11]. Первый вид факторов обуславливает то, что показатели группируются в окрестностях некоторого среднего значения по всем регионам. Второй вид факторов определяет степень разброса значений показателей. При этом отклонения показателей по конкретным регионам от среднего значения могут быть как в сторону уменьшения, так и в сторону увеличения. Такое предположение основывается на разнонаправленности действия факторов второго вида. Указанный феномен подтверждает возможность рассмотрения функции плотности нормального распределения в качестве функции, аппроксимирующей частоту распределения показателей, характеризующих совокупности МСИП регионов страны.

Из теоремы Чебышева [6] следует, что отдельные случайные величины могут иметь значительный разброс, а их среднее арифметическое относительно стабильно. Эта теорема, называемая также законом больших чисел, устанавливает, что среднее арифметическое достаточно большого числа независимых случайных

величин утрачивает характер случайной величины. Таким образом, значения показателей совокупности МСИП, являются случайными величинами, которые могут иметь значительный разброс, но можно предвидеть, какое значение примет их среднее арифметическое. Отметим, что в соответствии с теоремой Ляпунова закон распределения суммы независимых случайных величин приближается к нормальному закону распределения, если выполняются следующие условия: все величины имеют конечные математические ожидания и дисперсии, ни одна из величин по значению резко не отличается от остальных. Указанным выше условиям соответствуют показатели деятельности совокупностей МСИП. Как указывает В.Е. Гмурман [4], закон распределения суммы независимых случайных величин достаточно быстро (уже при числе слагаемых порядка десяти) приближается к нормальному. Отметим, что в совокупности по регионам входят десятки тысяч МСИП.

Исследование явлений и процессов, параметры которых формируются в результате совокупного влияния многих факторов, действующих аддитивно и независимо друг от друга, может осуществляться с использованием закона нормального распределения [10]. К настоящему времени накоплен опыт использования функций плотности для описания распределения показателей, получаемых в эмпирических медицинских, психологических, биологических, инженерных и экономических исследованиях. В качестве примеров в сфере экономики можно указать следующие работы. П. Аллансон [21] представил анализ эволюции размеров сельскохозяйственных угодий, в том числе мелких фермерских хозяйств, основанный на функции плотности распределения. В книге Р. Винса [30] рассмотрено применение функций нормального распределения для характеристики торго-

вой деятельности и, в частности, оценки прибылей и убытков. В статье С.В. Филатова [16] основное внимание уделено методике комплексной оценки финансового состояния совокупности предприятий. К.М. Тотмянина [14] при моделировании вероятности дефолта корпоративных заемщиков банков исходила из нормального распределения стоимости активов компаний. В книге А.С. Шапкина [19] приведены подходы к управлению портфельными инвестициями, основанные на нормальном распределении доходности акций. Моделирование финансовой прибыли на фондовом рынке России рассмотрено в статье А.И. Балаева [22]. Можно отметить также статью автора [13].

В качестве гипотезы исследования предлагается следующая: распределение значений таких показателей, как средняя численность работников, оборот на одну предпринимательскую структуру и одного работника МСИП, могут быть описаны с использованием закона нормального распределения.

Целью исследования являлась разработка методики моделирования показателей деятельности совокупностей МСИП с использованием функций плотности нормального распределения. При этом решались следующие задачи:

- анализ особенностей функций плотности нормального распределения;
- обоснование необходимой информационной базы и первичной обработки исходных данных;
- проведение вычислительных экспериментов и разработка альтернативных вариантов искомых функций;
- проверка качества функций с использованием критериев согласия;
- установление закономерностей, характеризующих распределение показателей деятельности совокупностей МСИП;
- предложения по использованию полученных результатов исследования.

Функцией распределения [7] случайной величины  $x$  называют функцию  $F(x)$ , определяющую для каждого значения вероятности того, что случайная величина  $x$  примет значение меньше, то есть

$$F(x) = P(X < x), \quad (1)$$

Функции распределения используются для описания как непрерывных, так и дискретных величин [3]. Плотность вероятности  $y(x)$  является производной неубывающей функции  $F(x)$ , поэтому она на всем интервале изменения  $X$  неотрицательна, то есть

$$y(x) \geq 0, \quad (2)$$

Функция плотности распределения содержит полную информацию о случайной величине. Основными числовыми характеристиками, которые описывают конкретную случайную величину, являются:

- характеристики положения случайной величины на числовой оси (мода, медиана, математическое ожидание). Необходимо отметить, что для функций плотности нормального распределения три этих характеристики равны между собой. Для случайной величины  $X$ , которая описывается плотностью распределения  $y(x)$ , математическое ожидание рассчитывается по формуле:

$$M(x) = \int_{-\infty}^{\infty} x \cdot \varphi(x) dx, \quad (3)$$

- характеристика разброса случайной величины около среднего значения называется среднее квадратическое отклонение  $\sigma(x)$ . Для его расчета используется дисперсия случайной величины  $X$ :

$$\sigma(x) = \sqrt{D(x)}, \quad (4)$$

- коэффициенты асимметрии и эксцесса, которые для нормального распределения равны нулю [8].

В общем случае модифицированная функция плотности нормального распределения имеет следующий вид:

$$y(x) = \frac{K}{\sigma \cdot \sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(x-m)^2}{2 \cdot \sigma^2}}, \quad (5)$$

где:

$m$  – математическое ожидание;

$\sigma$  – среднее квадратическое отклонение;

$K$  – коэффициент, который определяется характеристиками описываемых случайных величин и их размерностями.

График функции плотности нормального распределения (5) представляет собой симметричную унимодальную колоколообразную кривую, осью симметрии которой является вертикаль, проведенная через точку  $m$ , которая является центром симметрии функции плотности нормального распределения.

Известно, что для функции плотности нормального распределения частоты значений показателей, укладывающихся в интервал, ограниченный величинами от  $m - \sigma$  до  $m + \sigma$ , составляет 68,3%, для интервала, ограниченного величинами от  $m - 2\sigma$  до  $m + 2\sigma$ , составляет 95,4%, а для интервала, ограниченного величинами от  $m - 3\sigma$  до  $m + 3\sigma$ , соответственно 99,7%. Например, в третий из указанных интервалов попадут показатели, соответствующие примерно 99,7% всех регионов. Учитывая это, хотя диапазон изменения показателя  $x$  в общем случае не ограничен, однако в процессе вычислительных экспериментов он может приниматься равным  $6\sigma$ . При этом минимальная величина переменной принимается  $m - 3\sigma$ , а максимальная величина переменной принимается  $m + 3\sigma$ .

Моделирование деятельности совокупностей МСИП с использованием функции плотности нормального распределения может осуществляться по двум типам показателей. Первый тип – средние величины, которые характеризуют средние значения рассматриваемых показателей

по совокупности предпринимательских структур, сформированных на основе размерных, территориальных или отраслевых признаков. В качестве примеров можно указать такие показатели, как средний объем производства, средний объем инвестиций, средняя стоимость основных фондов на одно МСИП или одного работника, средняя численность работников одного МСИП. Средние показатели рассчитываются путем деления абсолютных значений показателей соответственно на количество МСИП или численность их работников по рассматриваемой совокупности предпринимательских структур.

Второй тип показателей представляют собой удельные величины. Они подразделяются на три разновидности. Первая из них описывает соотношения между отдельными совокупностями МСИП, то есть характеризует внутреннюю структуру МСИП. В качестве примера таких показателей можно привести доли, приходящиеся соответственно на малые предприятия, средние предприятия, индивидуальных предпринимателей в общих показателях по совокупности МСИП. Аналогично могут быть установлены доли, приходящиеся на каждый из видов экономической деятельности, или доли по каждому территориальному образованию. Вторая разновидность удельных показателей отражает роль и место совокупностей МСИП в федеральной, региональных и муниципальных экономиках. В качестве примера таких показателей можно привести удельные веса объемов производства МСИП в общих объемах производства по национальной экономике, по субъектам страны, а также по отдельным муниципальным образованиям. Аналогично могут рассматриваться показатели, характеризующие удельные веса инвестиций в МСИП, уровня участия МСИП в контрактной системе, уровня предпринимательской активности в со-

ответствующих общих показателях. Эти величины рассчитываются путем деления абсолютного значения показателя по совокупности МСИП на величину аналогичного показателя по всем предприятиям и организациям, функционирующим на рассматриваемой территории или в определенном виде экономической деятельности. Третья разновидность описывает удельные показатели совокупности МСИП в расчете на общую численность экономически активного населения или на общее число жителей по определенной территории. Например, количество МСИП, объемы их производства, численность работников, приходящихся на 10 тысяч человек экономически активного населения либо 10 тысяч жителей соответствующей территории.

При разработке моделей в качестве исходных данных используются индикаторы, характеризующие деятельность совокупностей предпринимательских структур в субъектах Российской Федерации. В процессе исследований автор использовал статистические сборники и материалы Федеральной службы государственной статистики [15]. Рассматривались статистические материалы по 21 республике, 9 краям, 46 областям страны и двум городам федерального значения. Для исключения двойного счета были исключены данные по автономным округам и автономной области, таким образом, рассматривалась информация по 78 из 83 субъектов страны. В зависимости от перечня показателей деятельности совокупностей МСИП формировались соответствующие массивы информации.

Разработка экономико-математических моделей, описывающих распределение показателей, характеризующих совокупности МСИП, с использованием функций плотности нормального распределения основывается на построении соответствующих гистограмм. При большом

количестве эмпирических исходных данных (большем, чем 40) в целях удобства обработки информации целесообразно группировать эти данные в интервалы. Для этого диапазон значений показателей делится на определенное число интервалов. Количество интервалов следует выбрать так, чтобы, с одной стороны, учитывалось разнообразие значений показателя, а с другой стороны, закономерность распределения в небольшой степени зависела от случайных эффектов.

Важное значение имеет обоснование числа интервалов, в которые группируются эти данные. Соответствующие рекомендации, а также рекомендуемые формулы для расчета числа интервалов исходят из того, чтобы при известном количестве значений рассматриваемого показателя как можно лучше описать плотность его распределения гистограммой.

При выборе интервалов равной длины существенным является условие, чтобы количество значений показателей, попавших в каждый из интервалов, было не слишком малым. Допускается, чтобы это требование не выполнялось для крайних интервалов слева и справа, в которых таких значений может быть существенно меньше, чем в остальных интервалах [17; 24].

В разных литературных источниках описывается несколько подходов к определению приемлемого числа интервалов ( $k$ ) в зависимости от количества значений показателей ( $n$ ). Ниже приведены некоторые из них:

– эвристическая формула Х. Старджесса [29]

$$k = \log_2 n + 1 = 3,3 \lg n + 1, \quad (6)$$

– формула К. Брукса и Н. Каррузера [20]

$$k = 5 \lg n, \quad (7)$$

– в книге И. Хайнхолда и К. Гаеде «Инженерная статистика» [23] рекомендуется соотношение

$$k = \sqrt{n}, \quad (8)$$

При рассмотрении функций плотности распределения, описывающих показатели совокупностей МСИП субъектов страны, количество интервалов, рассчитанное по приведенным выше формулам, составляет от 7 до 9. В каждом интервале должно находиться не менее пяти элементов, в крайних интервалах допускается всего два элемента.

На основе построенных гистограмм разрабатываются модели, то есть оцениваются функции плотности нормального распределения. Представляется целесообразным в процессе вычислительного эксперимента проведение расчетов с разным числом интервалов. Так, при анализе показателей совокупностей МСИП по субъектам страны можно последовательно рассмотреть три функции плотности нормального распределения, соответствующие гистограммам с числом интервалов 7, 8 и 9. Выбор функции, наилучшим образом аппроксимирующей исходные данные, проводится по критериям согласия, приведенным далее.

В процессе вычислительных экспериментов решались задачи аппроксимации результатов эмпирических наблюдений (данных официальной статистики) и проводилась оценка параметров (характеристик) функций распределения случайных величин. При этом по каждому из показателей рассматривались три функции плотности нормального распределения, соответствующие гистограммам с числом интервалов 7, 8 и 9. Выбор функции, наилучшим образом аппроксимирующей исходные данные, проводился на основе значений критериев согласия. В качестве альтернативного варианта были рассмотрены также функции плотности логнормального распределения.

По функции плотности нормального распределения (5) были оценены такие

параметры, как математическое ожидание, среднее квадратическое отклонение и коэффициент  $K$ . Оценка первых двух параметров проводится по известным формулам, представленным, в частности, в работе А.М. Дуброва и других [5]. Геометрическая интерпретация коэффициента представляет собой площадь фигуры, ограниченной оцениваемой функцией и осью абсцисс. Поэтому значение коэффициента соответствует значению определенного интеграла от рассматриваемой функции на интервале от минимального до максимального значения соответствующего показателя. Площадь полученной фигуры должна быть близка к площади гистограммы.

Как построение гистограмм, так и непосредственно оценка параметров функций плотности распределения осуществлялись с использованием программного пакета Statistica. Далее приведены функции, наилучшим образом аппроксимирующие исходные данные. В качестве исходных данных были использованы индикаторы Федеральной службы государственной статистики, характеризующие деятельность субъектов малого и среднего предпринимательства в 2013 году [15].

Ниже представлены функции плотности нормального распределения средней численности работников, для совокупностей малых ( $x_{чмн}$ , чел.) и средних ( $x_{чсп}$ , чел.) предприятий, индивидуальных предпринимателей ( $x_{чип}$ , чел.) субъектов Российской Федерации:

$$y_{чмн}(x_{чмн}) = \frac{67,56}{1,45 \cdot \sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(x_{чмн} - 5,96)^2}{2 \cdot 2,10}}, \quad (9)$$

$$y_{чсп}(x_{чсп}) = \frac{548,89}{11,67 \cdot \sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(x_{чсп} - 124,31)^2}{2 \cdot 136,19}}, \quad (10)$$

$$y_{чип}(x_{чип}) = \frac{16,89}{0,36 \cdot \sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(x_{чип} - 2,25)^2}{2 \cdot 0,13}}, \quad (11)$$

Функции плотности нормального распределения оборота (млн руб.), приходящегося на одно предприятие (предпринимателя) по субъектам нашей страны, имеют следующий вид (обозначения аналогичны предыдущим функциям):

$$y_{ормн}(x_{ормн}) = \frac{238,86}{3,61 \cdot \sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(x_{ормн} - 10,74)^2}{2 \cdot 13,03}}, \quad (12)$$

$$y_{орсп}(x_{орсп}) = \frac{5911,11}{95,43 \cdot \sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(x_{орсп} - 315,17)^2}{2 \cdot 9,11 \cdot 10^3}}, \quad (13)$$

$$y_{орип}(x_{орип}) = \frac{81,43}{1,41 \cdot \sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(x_{орип} - 3,93)^2}{2 \cdot 1,99}}, \quad (14)$$

Функции плотности нормального распределения оборота (млн руб.) в расчете на одного работника, занятого соответственно в малых ( $x_{ормн}$ ) и средних ( $x_{орсп}$ ) предприятиях, у индивидуальных предпринимателей ( $x_{орип}$ ) по субъектам страны, имеют следующий вид:

$$y_{ормн}(x_{ормн}) = \frac{25,33}{0,47 \cdot \sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(x_{ормн} - 1,82)^2}{2 \cdot 0,22}}, \quad (15)$$

$$y_{орсп}(x_{орсп}) = \frac{54,29}{0,81 \cdot \sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(x_{орсп} - 2,56)^2}{2 \cdot 0,66}}, \quad (16)$$

$$y_{орип}(x_{орип}) = \frac{32,30}{0,57 \cdot \sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(x_{орип} - 1,73)^2}{2 \cdot 0,32}}, \quad (17)$$

Проверка того, насколько хорошо функции плотности нормального распределения аппроксимируют рассматриваемые данные, основывается на применении критериев согласия, вытекающих из методологии математической статистики. Они позволяют сопоставить эмпирическое распределение изучаемого пока-

зателя с теоретическим, описанным полученными моделями (функциями). Эти критерии показывают, насколько велик уровень отклонения этих данных от указанных функций.

Для оценки уровня отклонения нами применяются широко известные и хорошо зарекомендовавшие себя критерии согласия Пирсона, Колмогорова-Смирнова, Шапиро-Вилка. Как в отечественной литературе, так и зарубежных источниках подробно приведены принципы использования этих критериев для проверки отклонений от предполагаемого закона распределения [1; 18; 25; 26; 27; 28].

Критерий согласия Пирсона ( $\chi^2$ ) основывается на сгруппированных данных (отраженных в гистограмме) и позволяет сопоставить эмпирическое распределение, описывающее конкретный показатель совокупности МСИП, с соответствующей этому показателю функцией плотности распределения. Критерий отвечает на вопрос о том, с одинаковой ли частотой встречаются разные значения показателя в эмпирическом и теоретическом распределениях. Чем больше расхождение между двумя сопоставляемыми распределениями, тем больше эмпирическое значение критерия Пирсона.

Проверка по критерию Пирсона проводится в следующей последовательности:

- рассчитывается эмпирическое значение критерия Пирсона;
- определяется число степеней свободы ( $k$ ) по формуле

$$k = s - 1 - r = s - 3, \quad (18)$$

где:

$s$  – количество интервалов в построенной гистограмме;

$r$  – количество основных характеристик функции плотности распределения, равное, как было указано ранее, двум (математическое ожидание и среднее квадратичное отклонение)

- устанавливается доверительная вероятность и соответствующий ей уровень значимости;

- по статистической таблице критерия Пирсона [25] определяется табличное значение критерия при данных величинах числа степеней свободы и уровня значимости;

- сравнивается эмпирическое и табличное значения критерия. Если эмпирическое значение меньше табличного, то можно сделать вывод, о том, что функция плотности распределения хорошо аппроксимирует исходные эмпирические данные.

Необходимо отметить, что для гистограмм, имеющих 7, 8 или 9 интервалов (которые являются наиболее используемыми), табличные значения критерия согласия Пирсона составляют соответственно 9,49; 11,07; 12,59.

Критерий согласия Колмогорова-Смирнова также может использоваться для сопоставления двух распределений: эмпирического и теоретического. Он основывается на определении суммы накопленных расхождений между двумя такими распределениями. Если различия между ними не существенны и не достигают критического значения, то это служит основанием для признания высокого качества аппроксимации. Существуют различные мнения о минимальном количестве эмпирических данных, необходимых для проверки по критерию Колмогорова-Смирнова. В разных работах предлагаются различные варианты этой величины, желательно, чтобы их было более 50, хотя в качестве наименьшего значения допускается пять [2].

Для проверки по критерию Колмогорова-Смирнова необходимо сравнить эмпирическое и критическое (табличное) значения. Если эмпирическое значение меньше критического, то можно сделать вывод о том, что функция плотности распределения хорошо аппроксимирует исходные эмпирические данные.

Необходимо отметить, что при рассмотрении функций плотности распределения, описывающих показатели совокупностей МСИП субъектов страны, общее количество исходных данных более 70, и, соответственно, при уровне значимости 0,05 критическое значение критерия согласия Колмогорова-Смирнова составляет 0,152.

Критерий согласия Шапиро-Вилка используется для проверки распределения эмпирических данных, характеризующих показатели совокупностей МСИП, по нормальному закону распределения. В отличие от указанных выше критериев Пирсона и Колмогорова-Смирнова предполагается, что значения характеристик распределения заранее не известны. Минимальное количество эмпирических данных, необходимых для проверки по критерию Шапиро-Вилка, составляет 8 [27; 28]. Отметим, что при высоком

уровне значимости 0,01, табличное значение критерия согласия Шапиро-Вилка составляет 0,93.

Итоги проверки по критериям качества функций плотности нормального распределения (9) – (17) приведены в *таблице 1*. В столбце 5 этой таблицы представлено количество интервалов в гистограмме, соответствующих указанным функциям, приведенным выше. Отметим, что это функции, наилучшим образом аппроксимирующие исходные данные.

В *таблице 2* представлены эмпирические значения по критериям согласия альтернативных функций плотности логнормального распределения. При этом номера соответствующих рассматриваемым показателям функций приведены по аналогии со звездочкой. Сравнение данных, представленных в столбцах 2, 3 таблиц 1 и 2, позволяет сделать вывод о несколько более высоком качестве

Таблица 1. Проверка функций плотности нормального распределения по критериям согласия

Номер функции	Эмпирическое значение по критерию			Количество интервалов
	Колмогорова-Смирнова	Пирсона	Шапиро-Вилка	
1	2	3	4	5
(9)	0,05	1,28	0,97	9
(10)	0,04	2,22	0,99	8
(11)	0,03	3,30	0,98	8
(12)	0,06	1,67	0,95	7
(13)	0,06	3,27	0,98	8
(14)	0,06	2,00	0,96	7
(15)	0,03	2,13	0,96	7
(16)	0,04	3,80	0,97	7
(17)	0,05	3,67	0,97	9

Таблица 2. Проверка функций плотности логнормального распределения по критериям согласия

Номер функции	Эмпирическое значение по критерию	
	Колмогорова-Смирнова	Пирсона
1	2	3
(9*)	0,03	3,43
(10*)	0,08	8,99
(11*)	0,03	5,05
(12*)	0,06	2,60
(13*)	0,08	7,87
(14*)	0,06	4,25
(15*)	0,04	4,06
(16*)	0,08	7,84
(17*)	0,06	3,83

аппроксимации эмпирических данных при использовании функций плотности нормального распределения. Поэтому далее основное внимание уделено именно таким функциям.

Проверки эмпирических данных по указанным выше трем критериям основываются на различных принципах и используют разные методы. Учитывая этот комплексный подход, использующий одновременное рассмотрение функций плотности нормального распределения по этим трем критериям, можно с большой степенью надежности оценить качество этих функций.

Функции плотности нормального распределения, которые удовлетворяют указанным выше трем критериям, позволяют установить закономерности распределения показателей, характеризующих деятельность совокупностей МСИП. Значения двух основных характеристик нормального распределения (математического ожидания и среднего квадратического отклонения) определяются непосредственно из полученных формул (9) – (17). При этом значение математического ожидания показателя, как уже отмечалось, совпадает с его модой и медианой. Оно соответствует среднему значению показателя.

Кроме двух основных характеристик, для описания закономерностей могут использоваться дополнительные значения, рассмотренные далее. Диапазон изменения значения показателя (с точностью до долей процента) составляет примерно 6 значений среднего квадратического отклонения и располагается симметрично справа и слева относительно значения математического ожидания.

Для понимания особенностей развития совокупностей МСИП в субъектах страны нами предлагается выделить три типовых интервала, в которые попадают значения показателей этих совокупностей МСИП.

Речь идет об интервалах изменения значений показателей, соответствующих половине (50%), большинству (68,3%) и абсолютному большинству (90%) субъектов страны. Величины этих интервалов могут быть выражены исходя из математического ожидания и среднего квадратического отклонения рассматриваемой функции плотности нормального распределения. Первый из интервалов, в который попадут значения показателей по половине всех субъектов страны, имеет минимальное значение  $m - 0,675\sigma$  и максимальное значение  $m + 0,675\sigma$ . Второй интервал, соответствующий большинству значений показателей, имеет минимальное значение  $m - \sigma$  и максимальное значение  $m + \sigma$ . Третий интервал, в который попадут значения показателей по абсолютному большинству совокупностей МСИП субъектов страны, имеет минимальное значение  $m - 1,646\sigma$  и максимальное значение  $m + 1,646\sigma$ .

Указанные интервалы показывают долю субъектов страны, значения показателей по которым находятся между соответствующими минимальной и максимальной величинами. Например, интервал, соответствующий половине регионов страны описывает минимальную и максимальную границы, в которых изменяются значения показателя по половине всех субъектов Российской Федерации. При этом значения показателей выше максимальной границы позволяют установить субъекты (25%), совокупности МСИП которых характеризуются более высокими значениями, а ниже минимальной границы – определить субъекты (25%) с меньшими значениями показателей. Для второго и третьего интервалов доли с наибольшими и наименьшими значениями составляют соответственно 15,7% (для второго) и 5% (для третьего). Отметим, что эти наибольшие и наименьшие значения могут широко использоваться в процессе мониторинга развития МСИП, а также при ранжировании регионов.

Результаты анализа по каждому из показателей всех функций могут быть оформлены в виде таблиц. Пример таблицы, соответствующей функции (9), приведен ниже (табл. 3).

Полученные результаты могут быть использованы для анализа закономерностей, отражающих сложившийся уровень предпринимательской деятельности в регионах. Так, из функции (9) следует, что численность работников малых предприятий в большинстве субъектов страны близка к значению 6 человек, причем диапазон изменения этого показателя находится в пределах от 2 до 10 человек. Отметим, что все эти величины соответствуют критерию отнесения к микропредприятиям (до 15 человек) и существенно меньше максимально возможной величины численности работников малых предприятий – 100 человек. Еще меньше численность работников, занятых у индивидуальных предпринимателей, где вместе с наемными работниками средняя численность занятых составляет 2,25 человек (функция (11)). Таким образом, при обосновании развития предпринимательства следует учитывать, что в малом предпринимательстве численность работников мала и возможности выполнения таких функций, как ведение учета и отчетности, крайне ограничены. Численность работников средних предприятий по большинству субъектов составляет 124 человека (функция (10)), что достаточно близко к минимальному значению 101 человек и существенно меньше, чем

законодательно установленный максимум в 250 человек. Величина численности работников должна учитываться при решении задач государственного регулирования и при определении мер поддержки малого и среднего предпринимательства в Российской Федерации.

Значения оборота в расчете на одно предприятие (предпринимателя) – функции (12), (13), (14) – могут использоваться для мониторинга развития предпринимательства в субъектах страны, сравнения субъектов между собой, определение тех из них, в которых уровень малого и среднего бизнеса соответственно высокий и низкий. Важную роль такое ранжирование способно сыграть при решении задач адресной помощи предпринимательству на условиях софинансирования силами федеральных и региональных органов власти. Как средние значения этих показателей, так и значения, соответствующие высокому уровню, целесообразно использовать для обоснования различных планов и прогнозов роста объемов производства предпринимательских структур с учетом предполагаемых оптимистических и пессимистических тенденций.

Оборот за год, приходящийся на одного работника, отражает производительность труда. Сравнение соответствующих значений показывает, что этот показатель достаточно близок по малым предприятиям (функция (15)) и индивидуальным предпринимателям (функция (17)). Производительность труда работников в средних предприятиях существенно

Таблица 3. Основные и дополнительные характеристики распределения показателя средней численности работников, для совокупностей малых предприятий

Характеристика показателя	Значение
Среднее значение	5,96
Среднее квадратическое отклонение	1,45
Диапазон изменения	от 1,61 до 10,31
Интервал, соответствующий половине (50%) субъектов страны	от 4,98 до 6,94
Интервал, соответствующий большинству (68,3%) субъектов страны	от 4,51 до 7,41
Интервал, соответствующий абсолютному большинству (90%) субъектов страны	от 3,57 до 8,35

(на 40%) выше, чем в малых предприятиях. Это представляется логичным, поскольку техническая и технологическая оснащенность в средних предприятиях выше.

Необходимо отметить универсальность предложенного методического подхода и возможность его использования для оценки распределения значений показателей не только по субъектам России, но и по совокупностям МСИП в муниципальных образованиях, входящих в эти субъекты, по отдельным территориям (например, федеральным округам), видам экономической деятельности и типам предпринимательских структур. Кроме того, представляет интерес сопоставление ряда показателей в нашей стране и ее субъектах с данными по совокупностям МСИП в зарубежных странах. Например, по таким показателям, как численность работников МСИП, производительность их труда, инвестиции в малое и среднее предпринимательство, количество МСИП на 10 тысяч жителей и другие.

В статье предложено использование для моделирования распределения зна-

чений показателей, характеризующих совокупности предпринимательских структур, функций плотности нормального распределения. Представлены методы и инструменты оценки параметров указанных функций, требования, предъявляемые к исходным данным и этапы построения моделей. Показана целесообразность комплексной оценки качества функций с использованием трех критериев согласия: Пирсона, Колмогорова-Смирнова, Шапиро-Вилка. Приведены примеры оценки параметров ряда функций, которые подтвердили выдвинутую в процессе исследования гипотезу. Даны рекомендации по анализу полученных функций с целью установления закономерностей деятельности совокупностей МСИП в субъектах страны, а также сложившейся дифференциации их показателей. Предлагается использовать три интервала изменения значений показателей, соответствующие половине, большинству и абсолютному большинству регионов России.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Большев, Л. Н. Таблицы математической статистики [Текст] / Л. Н. Большев, Н. В. Смирнов. – М. : Наука, Главная редакция физико-математической литературы, 1983. – 416 с.
2. Ван дер Варден, Б.Л. Математическая статистика [Текст] / Б.Л. Ван дер Варден. – М. : Издательство иностранной литературы, 1960. – 435 с.
3. Вентцель, Е. С. Теория вероятностей [Текст] / Е. С. Вентцель. – М. : Высшая школа, 2001. – 575 с.
4. Гмурман, В. Е. Теория вероятностей и математическая статистика [Текст] / В. Е. Гмурман. – М. : Высшая школа, 2003. – 479 с.
5. Дубров, А. М. Многомерные статистические методы [Текст] / А. М. Дубров, В. С. Мхитарян, Л. И. Трошин. – М. : Финансы и статистика, 2000. – 352 с.
6. Крамер, Г. Математические методы статистики [Текст] / Г. Крамер. – М. : Мир, 1975. – 625 с.
7. Кремер, Н. Ш. Теория вероятностей и математическая статистика [Текст] / Н. Ш. Кремер. – М. : ЮНИТИ-ДАНА, 2004. – 573 с.
8. Математическая энциклопедия (в 5 томах) [Текст] / под ред. И. М. Виноградова. – М. : Советская энциклопедия, 1977. – 2951 с.
9. О развитии малого и среднего предпринимательства в Российской Федерации [Электронный ресурс] : Федеральный закон от 24.07.07 № 209-ФЗ / КонсультантПлюс.
10. Орлов, А. И. Эконометрика [Текст] / А. И. Орлов. – М. : Экзамен, 2004. – 576 с.
11. Пиньковецкая, Ю. С. Методология исследования показателей деятельности предпринимательских структур [Текст] / Ю. С. Пиньковецкая // Труды Карельского научного центра РАН. – 2015. – № 3. – С. 83–92.

12. Пиньковецкая, Ю. С. Предпринимательство в Российской Федерации: генезис, состояние, перспективы развития [Текст] / Ю. С. Пиньковецкая. – Ульяновск: Ульяновский государственный университет, 2013. – 226 с.
13. Пиньковецкая, Ю. С. Сравнительный анализ предпринимательских структур в России [Текст] / Ю. С. Пиньковецкая // Вестник НГУЭУ. – 2012. – № 1. – С. 155–164.
14. Тотмянина, К. М. Обзор моделей вероятности дефолта [Текст] / К. М. Тотмянина // Управление финансовыми рисками. – 2011. – № 01 (25). – С.12–24.
15. Федеральная служба государственной статистики. Малое и среднее предпринимательство в России [Электронный ресурс]. – Режим доступа : [http://www.gks.ru/wps/wcm/connect/rosstat\\_main/rosstat/ru/statistics/publications/catalog/doc\\_1139841601359](http://www.gks.ru/wps/wcm/connect/rosstat_main/rosstat/ru/statistics/publications/catalog/doc_1139841601359)
16. Филатов, С. В. Некоторые вопросы совершенствования методов комплексной оценки финансового состояния предприятия [Текст] / С. В. Филатов // Научно-практический журнал «Экономика, статистика и информатика. Вестник УМО», МЭСИ. – 2008. – № 3. – С. 56–62.
17. Ходасевич, Г. Б. Обработка экспериментальных данных на ЭВМ. Базовые понятия и операции обработки экспериментальных данных [Электронный ресурс] / Г. Б. Ходасевич. – Режим доступа : [http://opds.sut.ru/old/electronic\\_manuals/oed/f02.htm](http://opds.sut.ru/old/electronic_manuals/oed/f02.htm)
18. Холлендер, М. Непараметрические методы статистики [Текст] / М. Холлендер, Д. Вулф. – М. : Финансы и статистика, 1983. – 518 с.
19. Шапкин, А. С. Экономические и финансовые риски. Оценка, управление, портфель инвестиций [Текст] / А. С. Шапкин. – М. : Издательско-торговая корпорация «Дашков и К», 2003. – 544 с.
20. Шторм, Р. Теория вероятностей. Математическая статистика. Статистический контроль качества [Текст] / Р. Шторм. – М. : Мир, 1970. – 368 с.
21. Allanson, P. Farm size structure in England and Wales, 1939 – 89 [Text] / P. Allanson // Journal of Agricultural Economics. – 1992. – № 43. – P. 137–148.
22. Balaev, A. I. Modelling Financial Returns and Portfolio Construction for the Russian Stock Market [Text] / A. I. Balaev // International Journal of Computational Economics and Econometrics. – 2014. – № 1/2 (4). – P. 32–81.
23. Heinhold, I. Ingenieur statistic [Text] / I. Heinhold, K. W. Gaede. – München; Wien : Springer Verlag, 1964. – 352 p.
24. Mann, H. B. On the choice of the number of class intervals in the application of the chi-square test [Text] / H. B. Mann, A. Wald // The Annals of Mathematical Statistics. – 1942. – Vol. 13. – P. 478–479.
25. Pearson, E. S. Test for departure from normality: Comparison of powers [Text] / E. S. Pearson, R. B. D'Agostino, K. O. Bowman // Biometrika. – 1977. – № 64. – P. 231–246.
26. Shapiro, S. S. An approximate analysis of variance test for normality [Text] / S. S. Shapiro, R. S. Francia // Journal of the American Statistical Association. – 1972. – Vol. 67. – P. 215–216.
27. Shapiro, S. S. An analysis of variance test for normality (complete samples) [Text] / S. S. Shapiro, M. B. Wilk // Biometrika. – 1965. – Vol. 52. – № 3/4. – P. 591–611.
28. Shapiro, S. S. A comparative study of various tests for normality [Text] / S. S. Shapiro, M. B. Wilk, H. G. Chen // Journal of the American Statistical Association. – 1968. – № 63. – P. 1343–1372.
29. Sturges, H. A. The choice of a classic intervals [Text] / H. A. Sturges // Journal of the American Statistical Association. – 1926. – № 21 (153). – P. 65–66.
30. Vince, R. The Mathematics of Money Management: Risk Analysis Techniques for Traders [Text] / R. Vince. – NY : John Wiley & Sons, 1992. – 109 p.

#### **ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРЕ**

*Пиньковецкая Юлия Семеновна* – кандидат экономических наук, доцент кафедры экономического анализа и государственного управления. Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования Ульяновский государственный университет. Россия, 432000, г. Ульяновск, ул. Пушкинская, д. 4а. E-mail: [judy54@yandex.ru](mailto:judy54@yandex.ru). Тел.: (8422) 41-20-88.

## MODELING THE PERFORMANCE OF SMALL AND MEDIUM ENTREPRENEURSHIP IN REGIONS BY USING DENSITY FUNCTION OF NORMAL DISTRIBUTION

*The article considers the hypothesis of feasibility of using density functions of normal distribution to stimulate the distribution of values of the indicators characterizing the aggregate of subjects of small and middle entrepreneurship. It proposes methodological approaches and main stages of formation of the information base, approximation of empirical data and construction of associated histograms. It discloses methods and tools to estimate indicators of the above functions and requirements to the source data. The paper presents estimations of the parameters of density function of normal distribution that describe such indicators, as average number of employees, turnover per company or entrepreneur and turnover per employee of small and medium enterprises, individual entrepreneurs on the basis of official statistical data by RF regions for 2013. It substantiates the conduct of complex assessment of function quality by means of goodness-of-fit indicators suggested by Pearson, Kolmogorov-Smirnov, Shapiro-Wilk. There are examples of estimating the parameters of several functions that confirm the hypothesis made in during the research. The author proposes recommendations on the analysis of obtained functions to establish patterns of activities of small and medium enterprises, individual entrepreneurs in the regions of the country, as well as the differentiation of their performance. The article recommends to consider 3 intervals of the change in the values of parameters corresponding to the half, the majority and absolute majority of Russian regions. The article presents proposals on the use of density function of normal distribution to monitor entrepreneurship development and the justification of state regulation and support of these activities.*

*Small and medium enterprises, normal distribution, goodness-of-fit, regions, indicators, methodology.*

### REFERENCES

1. Bol'shev L. N., Smirnov N. V. *Tablitsy matematicheskoi statistiki* [Tables of mathematical statistics]. Moscow : Nauka, Glavnaya redaktsiya fiziko-matematicheskoi literatury, 1983. 416 p.
2. Van der Varden B.L. *Matematicheskaya statistika* [Mathematical statistics]. Moscow : Izdatel'stvo inostrannoi literatury, 1960. 435 p.
3. Venttsel' E. S. *Teoriya veroyatnostei* [Probability theory]. Moscow : Vysshaya shkola, 2001. 575 p.
4. Gmurman, V. E. *Teoriya veroyatnostei i matematicheskaya statistika* [Probability theory and mathematical statistics]. Moscow : Vysshaya shkola, 2003. 479 p.
5. Dubrov A. M., Mkhitaryan V. S., Troshin L. I. *Mnogomernye statisticheskie metody* [Multivariate statistical methods]. Moscow : Finansy i statistika, 2000. 352 p.
6. Cramer H. *Matematicheskie metody statistiki* [Mathematical methods of statistics]. Moscow : Mir, 1975. 625 p.
7. Kremer N. Sh. *Teoriya veroyatnostei i matematicheskaya statistika* [Probability theory and mathematical statistics]. Moscow : YuNITI-DANA, 2004. 573 p.
8. *Matematicheskaya entsiklopediya (v 5 tomakh)* [Mathematical encyclopaedia (in 5 volumes)]. Under editorship of I. M. Vinogradov. Moscow : Sovetskaya entsiklopediya, 1977. 2951 p.
9. O razvitii malogo i srednego predprinimatel'stva v Rossiiskoi Federatsii : Federal'nyi zakon ot 24.07.07 № 209-FZ [On the development of small and medium entrepreneurship in the Russian Federation : federal law of July 24, 2007 No. 209-FZ]. *Konsul'tantPlyus* [Consultant Plus].
10. Orlov A. I. *Ekonometrika* [Econometrics]. Moscow : Ekzamen, 2004. 576 p.
11. Pin'kovetskaya Yu. S. Metodologiya issledovaniya pokazatelei deyatel'nosti predprinimatel'skikh struktur [Methodology of research in indicators of business organizations performance]. *Trudy Karel'skogo nauchnogo tsentra RAN* [Proceedings of Karelian Research Center of RAS], 2015, no. 3, pp. 83–92.

12. Pin'kovetskaya Yu. S. *Predprinimatel'stvo v Rossiiskoi Federatsii: genesis, sostoyanie, perspektivy razvitiya* [Entrepreneurship in Russian Federation: genesis, state, development prospects]. Ulyanovsk: Ulyanovskii gosudarstvennyi universitet, 2013. 226 p.
13. Pin'kovetskaya, Yu. S. Sravnitel'nyi analiz predprinimatel'skikh struktur v Rossii [Comparative analysis of business structures in Russia]. *Vestnik NGUEU* [Vestnik NSUEM], 2012, no. 1, pp. 155–164.
14. Tot'myanina K. M. Obzor modelei veroyatnosti defolta [Review of models of default probability]. *Upravlenie finansovymi riskami*, 2011, no. 01 (25), pp. 2–24.
15. *Federal'naya sluzhba gosudarstvennoi statistiki. Maloe i srednee predprinimatel'stvo v Rossii* [Federal State Statistics Service of the Russian Federation. Small and medium entrepreneurship in Russia]. Available at : [http://www.gks.ru/wps/wcm/connect/rosstat\\_main/rosstat/ru/statistics/publications/catalog/doc\\_1139841601359](http://www.gks.ru/wps/wcm/connect/rosstat_main/rosstat/ru/statistics/publications/catalog/doc_1139841601359)
16. Filatov S. V. Nekotorye voprosy sovershenstvovaniya metodov kompleksnoi otsenki finansovogo sostoyaniya predpriyatiya [Some issues to improve methods of complex estimation of a financial condition of the enterprise]. *Ekonomika, statistika i informatika. Vestnik UMO* [Economics, statistics and Informatics. Bulletin of UMO], 2008, no. 3, pp. 56–62.
17. Khodasevich G. B. *Obrabotka eksperimental'nykh dannykh na EVM. Bazovye ponyatiya i operatsii obrabotki eksperimental'nykh dannykh* [Analysis of experimental data by means of ECM. Basic concepts and operation of experimental data processing]. Available at : [http://opds.sut.ru/old/electronic\\_manuals/oed/f02.htm](http://opds.sut.ru/old/electronic_manuals/oed/f02.htm)
18. Hollander M., Wolfe D. *Neparametricheskie metody statistiki* [Nonparametric Statistical Methods]. Moscow : Finansy i statistika, 1983. 518 p.
19. Shapkin A. S. *Ekonomicheskie i finansovye riski. Otsenka, upravlenie, portfel' investitsii* [Economic and financial risks. Assessment, management, portfolio investments]. Moscow : Izdatel'sko-torgovaya korporatsiya "Dashkov i K", 2003. 544 p.
20. Storm R. *Teoriya veroyatnostei. Matematicheskaya statistika. Statisticheskii kontrol' kachestva* [Probability theory. Mathematical statistics. Statistical quality control]. Moscow : Mir, 1970. 368 p.
21. Allanson P. Farm size structure in England and Wales, 1939 – 89 [Farm size structure in England and Wales]. *Journal of Agricultural Economics*, 1992, no. 43, pp. 137–148.
22. Balaev A. I. Modelling Financial Returns and Portfolio Construction for the Russian Stock Market. *International Journal of Computational Economics and Econometrics*, 2014, no. 1/2 (4), pp. 32–81.
23. Heinhold I., Gaede K. W. *Ingenieur statistic*. München; Wien : Springer Verlag, 1964. 352 p.
24. Mann H. B., Wald A. On the choice of the number of class intervals in the application of the chi-square test. *The Annals of Mathematical Statistics*, 1942, vol. 13, pp. 478–479.
25. Pearson E. S., D'Agostino R. B., Bowmann K. O. Test for departure from normality: Comparison of powers. *Biometrika*, 1977, no. 64, pp. 231–246.
26. Shapiro S. S., Francia R. S. An approximate analysis of variance test for normality. *Journal of the American Statistical Association*, 1972, vol. 67, pp. 215–216.
27. Shapiro S. S., Wilk M. B. An analysis of variance test for normality (complete samples). *Biometrika*, 1965, vol. 52, no. 3/4, pp. 591–611.
28. Shapiro S. S., Wilk M. B., Chen H. G. A comparative study of various tests for normality. *Journal of the American Statistical Association*, 1968, no. 63, pp. 1343–1372.
29. Sturges, H. A. The choice of a classic intervals [Text] / H. A. Sturges // *Journal of the American Statistical Association*. – 1926. – № 21 (153). – P. 65–66.
30. Vince, R. *The Mathematics of Money Management: Risk Analysis Techniques for Traders* [Text] / R. Vince. – NY : John Wiley & Sons, 1992. – 109 p.

#### INFORMATION ABOUT THE AUTHOR

*Pin'kovetskaya Yuliya Semenovna* – Ph.D. in Economics, Associate Professor at the Department of Economic and Financial Affairs. Federal State-Financed Educational Institution of Higher Professional Education Ulyanovsk State University. 4a, Pushkin Street, Ulyanovsk, 432000, Russian Federation. E-mail: judy54@yandex.ru. Phone: +7(8422) 41-20-88.